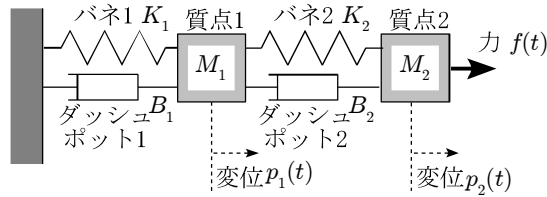


【制御工学第二・同演習】現代制御 1 回目問題と略解

A クラス：2017/10/10(火) 出題 ⇒ 2017/10/17(火) 提出

B クラス：2017/10/03(火) 出題 ⇒ 2017/10/16(月) 提出

問題【1】₍₀₁₎：下図のようなバネ・ダッシュポット・質点系（バネマスダンパ系）の状態方程式と出力方程式を書け。ただし、 $p_1(t) = p_2(t) = 0$, $\dot{p}_1(t) = \dot{p}_2(t) = 0$, $f(t) = 0$ のとき、系は平衡状態にあるとする。また、入力外力 $u(t) = f(t)$ 、出力は質点 1 から見た質点 2 の変位 $y(t) = p_2(t) - p_1(t)$ とする。



問題【1】₍₀₁₎：解答例 運動方程式は下記の通りである。

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{p}_1 &= -f_1 + f_2 \\ M_2 \ddot{p}_2 &= -f_2 + f \\ f_1 &= B_1 \dot{p}_1 + K_1 p_1 \\ f_2 &= B_2 (\dot{p}_2 - \dot{p}_1) + K_2 (p_2 - p_1) \end{aligned}$$

これより f_1 および f_2 を消去して整理すると、下記のようになる。

$$\begin{aligned} \ddot{p}_1 &= -\frac{B_1}{M_1} \dot{p}_1 - \frac{K_1}{M_1} p_1 + \frac{B_2}{M_1} (\dot{p}_2 - \dot{p}_1) + \frac{K_2}{M_1} (p_2 - p_1) \\ \ddot{p}_2 &= -\frac{B_2}{M_2} (\dot{p}_2 - \dot{p}_1) - \frac{K_2}{M_2} (p_2 - p_1) + \frac{f}{M_2} \end{aligned}$$

したがって、状態方程式と出力方程式は下記の通りである。

$$\begin{bmatrix} \ddot{p}_1 \\ \dot{p}_1 \\ \ddot{p}_2 \\ \dot{p}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{B_1+B_2}{M_1} & -\frac{K_1+K_2}{M_1} & \frac{B_2}{M_1} & \frac{K_2}{M_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{B_2}{M_2} & \frac{K_2}{M_2} & -\frac{B_2}{M_2} & -\frac{K_2}{M_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ p_1 \\ \dot{p}_2 \\ p_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \\ 0 \end{bmatrix} f$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ p_1 \\ \dot{p}_2 \\ p_2 \end{bmatrix}$$

【補足】 問題が「出力は質点 2 の変位 $y(t) = p_2(t)$ とする。」であれば、出力方程式は下記のようになる。

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_1 \\ p_1 \\ \dot{p}_2 \\ p_2 \end{bmatrix}$$